

6.1. Uvod

Pred nama je proučavanje geometrijskih tijela u prostoru: poliedara i rotacijskih tijela. No njihove rubne plohe su često ili ravninski likovi ili se mogu prostrti u ravninu. Stoga ćemo u ovom tekstu ponoviti raznorazne formule koje se javljaju uz ravninske likove, a koje smo susreli u prethodnim razredima.

Trokut

Trokut je dio ravnine omeđen trima dužinama. Formula za opseg trokuta glasi

$$o = a + b + c,$$

dok za površinu imamo nekoliko izraza.

Osnovne formule za površinu trokuta su

$$P = \frac{av_a}{2}, \quad P = \frac{bv_b}{2}, \quad P = \frac{cv_c}{2},$$

dok se uporabom svojstava sličnosti i sukladnosti izvode sljedeće formule:

$$P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

(Heronova formula),

$$P = \frac{abc}{4R}, \quad P = rs$$

gdje je $s = \frac{a+b+c}{2}$, R polumjer opisane, a r polumjer upisane kružnice trokuta.

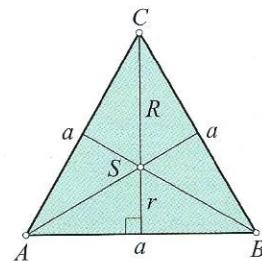
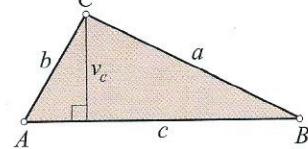
Opseg jednakostraničnog trokuta iznosi $O =$

$3a$, duljina visine $v = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, površina

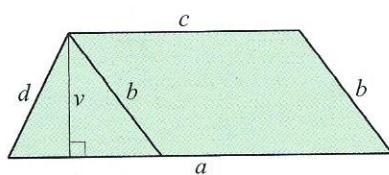
iznosi $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, a polumjeri opisane

i upisane kružnice iznose $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ i

$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$



Trapez

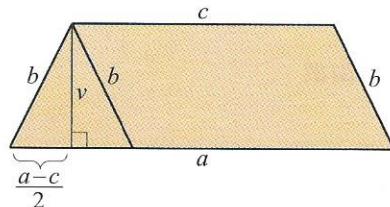


Trapez je četverokut kojemu su dvije nasuprotnе stranice paralelne. Paralelne stranice zovemo osnovicama, a ostale dvije krakovima. Oznake osnovica su a i c , a krakova b i d . Opseg trapeza iznosi

$$o = a + b + c + d,$$

a površina $P = \frac{a+c}{2} \cdot v$, gdje je v duljina visine trapeza.

Specijalno, kad je $b = d$ govorimo o jednakokračnom trapezu i tada se trapez može promatrati kao unija paralelograma i jednakočrnog trokuta (slika desno).



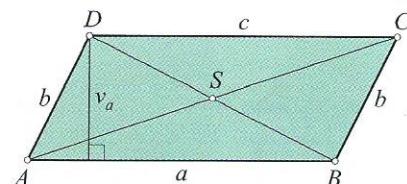
Paralelogram

Paralelogram je četverokut s dva para paralelnih nasuprotnih stranica. Te paralelne stranice su i sukladne. Dijagonale paralelograma se raspolažaju. Formula za opseg glasi

$$o = 2a + 2b,$$

a za površinu

$$P = av_a, \quad P = bv_b.$$



Romb

Romb je paralelogram čije su sve stranice međusobno sukladne. Iz ove definicije slijedi da su dijagonale, osim što se raspolažaju, i međusobno okomite. Uobičajene oznake za dijagonale su \$e\$ i \$f\$. Formula za opseg romba glasi

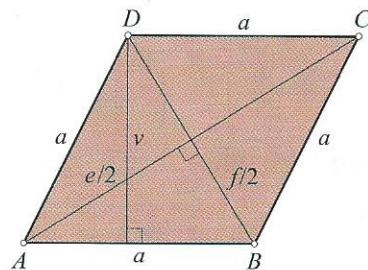
$$o = 4a,$$

a za površinu

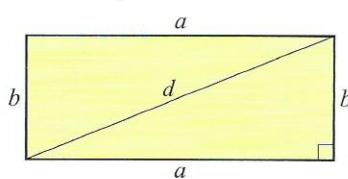
$$P = \frac{e \cdot f}{2}, \quad P = av.$$

Uz to, primjenom Pitagorina poučka imamo

$$a^2 = \left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2.$$



Pravokutnik



Pravokutnik je paralelogram čiji su svi unutarnji kutovi pravi. Opseg iznosi

$$o = 2a + 2b,$$

a površina

$$P = ab.$$

Prema Pitagorinu poučku vrijedi

$$d^2 = a^2 + b^2.$$

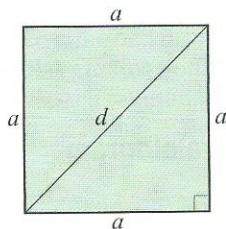
► Kvadrat

Kvadrat je pravokutnik s četiri međusobno sukladne stranice. Formule koje se javljaju uz pojam kvadrata su:

$$o = 4a,$$

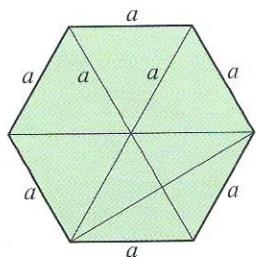
$$P = a^2,$$

$$d = a\sqrt{2}.$$



► Pravilni šesterokut

Pravilni šesterokut je šesterokut čije su sve stranice međusobno sukladne i svi su unutarnji kutovi međusobno sukladni. Tri glavne dijagonale duljine $2a$ sijeku se u središtu šesterokuta i dijele ga na šest jednakostaničnih trokuta. Opseg šesterokuta iznosi



$$o = 6a,$$

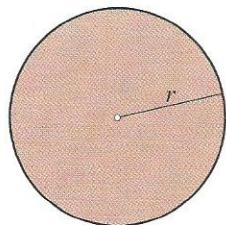
a površina

$$P = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}.$$

Duljina kraće dijagonale je $d_2 = a\sqrt{3}$.

► Krug i kružnica

Skup svih točaka ravnine koje su od čvrste točke S jednako udaljene naziva se kružnica sa središtem S . Udaljenost središta i bilo koje točke kružnice zove se polumjer kružnice. Krug središta S i polumjera r je skup svih točaka T ravnine za koje vrijedi $d(S, T) \leq r$. Površina kruga iznosi



$$P = r^2\pi,$$

a opseg

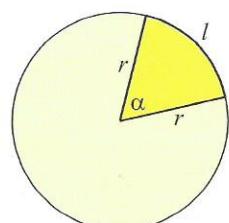
$$o = 2r\pi.$$

Povučemo li iz središta kruga dva polupravca, oni dijele krug na dva kružna isječka. Ako je α mjera središnjeg kuta kružnog isječka, tada formula za površinu kružnog isječka glasi

$$P(\alpha) = \frac{r^2\pi}{360^\circ} \alpha$$

ili

$$P(\alpha) = \frac{r \cdot l(\alpha)}{2},$$



gdje je $l(\alpha)$ duljina luka. Formula za duljinu luka izgleda ovako

$$l(\alpha) = \frac{r\pi}{180^\circ} \alpha.$$